



**برعاية معالي وزير التربية والتعليم
الأستاذ الدكتور/ رضا حجازي**

وتوجيهات رئيس الإدارة المركزية لتطوير المناهج

د / أكرم حسن

**شرح مبسط وتمارين متنوعة
لمنهج الرياضيات
للفصل الأول الثانوي**

للعام الدراسي 2024/2023

لجنة الإعداد

أ / عصام أبو سالم أ / عمرو فاروق أ / محمود عبده

لجنة المراجعة

أ / عثمان مصطفى أ / شريف البرهامي

إشراف علمي

**مستشار الرياضيات
أ / منال عزقول**



فهرس الوحدة

م	اسم الدرس	الصفحة
١	حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد	٣
٢	مقدمة عن الأعداد المركبة	٧
٣	تحديد نوع جذري المعادلة التربيعية	١٤
٤	العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها	١٩
٥	إشارة الدالة	٢٩
٦	متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد	٣٦
٧	تمارين عامة على الوحدة الأولى	٤٠
٨	اختبار (١) على الوحدة الأولى	٤٢
٩	اختبار (٢) على الوحدة الأولى	٤٥

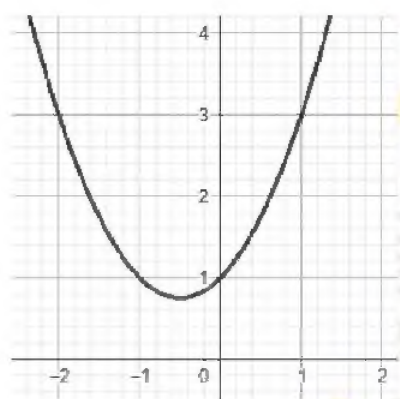
الوحدة الأولى : الجبر والعلاقات والدوال

الدرس الأول: حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد

تمهيد الدرس: سبق أن درست حل معادلة الدرجة الثانية جبرياً بطريقتين : بالتحليل أو باستخدام القانون العام والآن سوف ندرس حل معادلة الدرجة الثانية بيانياً

مثال محلولة (١): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $x^2 + x + 1 = 0$ بيانياً

الحل



حيث أن منحنى الدالة لا يقطع محور السينات
المعادلة ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية

∴ مجموعة الحل = ∅

تدريب (١): مثل العلاقة : $x^2 + 4x = 0$ بيانياً ، ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 4x = 0$

مثال محلولة (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 1 = 0$ جبرياً

الحل

LOGO.ADAMPS.COM

المعادلة : $x^2 + 1 = 0$ ← $x^2 = -1$
ليس لها حلول في مجموعة الأعداد الحقيقية ∴ مجموعة الحل = ∅

تدريب (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $x^2 + 4x = 0$ جبرياً

مثال محلولة (٣): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $x^2 - 4x + 5 = 0$ باستخدام القانون العام

الحل

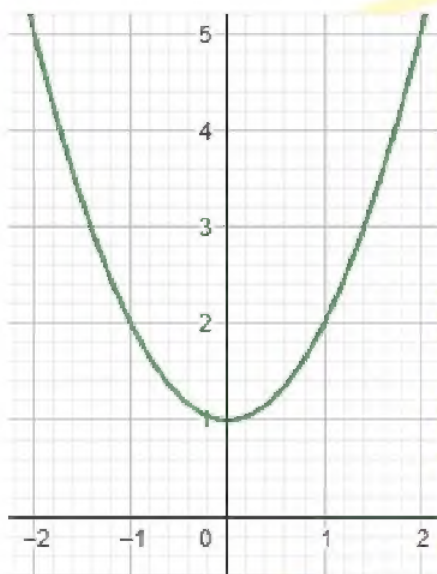
$$أ = ١ ، ب = -٤ ، ج = ٥$$

$$س = \frac{-٤ \pm \sqrt{٤ - ٤ \times ١ \times ٥}}{٢} = \frac{-٤ \pm \sqrt{١٦ - ٢٠}}{٢} = \frac{-٤ \pm \sqrt{-٤}}{٢}$$

المعادلة ليس لها حلول في مجموعة الأعداد الحقيقية \therefore مجموعة الحل \emptyset

تدريب (٣): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $٢س^٢ + ٣س + ٤ = ٠$ باستخدام القانون العام

حل تدريب (١):



مجموعة الحل \emptyset

حل تدريب (٢):

$$٢س^٢ + ٣س + ٤ = ٠ \quad \leftarrow \quad ٢س^٢ - ٤ = ٠$$

مجموعة الحل \emptyset

حل تدريب (٢):

المعادلة ليس لها حلول في مجموعة الأعداد الحقيقية \therefore مجموعة الحل \emptyset

تمارين على الدرس الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : $s^2 = 3$ في \mathbb{C} هي

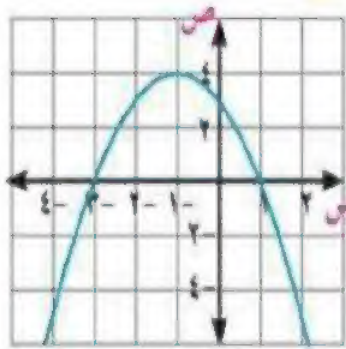
- (أ) $\{0\}$ (ب) $\{1, -1\}$ (ج) $\{1\}$ (د) $\{0, 1\}$

(٢) مجموعة حل المعادلة : $s^2 + 3 = 0$ في \mathbb{C} هي

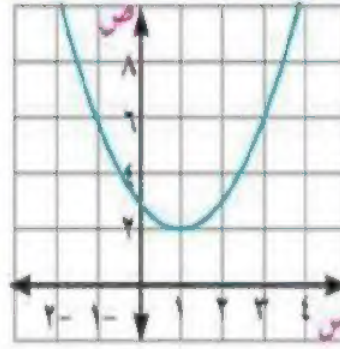
- (أ) $\{3-\}$ (ب) $\{3\sqrt{-}\}$ (ج) $\{3\sqrt{-}\}$ (د) \emptyset

(٣) يبين كل شكل من الأشكال الآتية الرسم البياني لدالة من الدرجة الثانية :

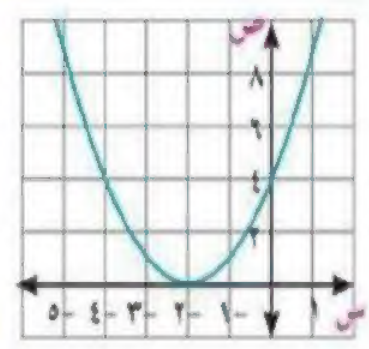
أوجد مجموعة الحل للمعادلة : (د) $s = 0$ في كل شكل.



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

(٤) أوجد في \mathbb{C} مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

(ب) $2s^2 = 3 - 5s$

(أ) $s^2 + 3 = 40$

(٥) حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشري واحد :

(ب) $s^2 - 6s + 7 = 0$

(أ) $3s^2 - 65 = 0$



إجابات تمارين على الدرس الأول

(١) $\{ ١ , ٠ \}$

(٢) \emptyset

شكل (٣) $\{ ١ , ٣- \}$

شكل (٢) \emptyset

شكل (١) $\{ ٢- \}$ (٣)

(ب) $\{ ٣- , \frac{١}{٢} \}$

(أ) $\{ ٥- , ٨ \}$ (٤)

(ب) $\{ ١, ٦ , ٤, ٤ \}$

(أ) $\{ ٤, ٧- , ٤, ٧ \}$ (٥)

LOGO.ADAM96.COM

الدرس الثاني: مقدمة عن الأعداد المركبة

العدد التخيلي (ت) : هو العدد الذي مربعه $1- =$

ملخص الدرس :

$$1 = 4 \text{ ت}$$

$$1- = 3 \text{ ت}$$

$$1- = 2 \text{ ت}$$

وبوجه عام : $1 = 04 \text{ ت}$ ، $1- = 1+04 \text{ ت}$ ، $1- = 2+04 \text{ ت}$ ، $1- = 3+04 \text{ ت}$ حيث : $0 \exists \text{ ص}$

مثال محلولة (١) :

اختصر الى أبسط صورة : $1-04 \text{ ت}$ ، 17 ت ، 12 ت ، 6 ت

الحل

$$1-04 \text{ ت} = 4 \times 4 \text{ ت} = 12 \text{ ت} \quad 1- = 2 \times 4 \text{ ت} = 6 \text{ ت}$$

$$17 \text{ ت} = 16 \text{ ت} \times 1 \text{ ت} = 16 \text{ ت} \quad 1- = 1-04 \text{ ت} = 3 \text{ ت}$$

تدريب (١) :

أوجد كلاهما مما يأتي في أبسط صورة : 24 ت ، 39 ت ، $51- \text{ ت}$ ، $29+04 \text{ ت}$ ، $42+04 \text{ ت}$

مثال محلولة (٢) : أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $0 = 1 + 2 \text{ س}$

الحل

LOGO.ADAMS6.COM

$$0 = 1 + 2 \text{ س} \quad \leftarrow \quad 1- = 2 \text{ س}$$

$$2 \text{ س} = 2 \text{ ت} \quad \leftarrow \quad \text{س} = \text{ت أو } -\text{ت} \quad \leftarrow \quad \text{مجموعة الحل} = \{ \text{ت} , -\text{ت} \}$$

مثال محلولة (٣) : حل المعادلة الآتية في مجموعة الأعداد المركبة : $0 = 12 + 2 \text{ س}^3$

الحل

$$0 = 12 + 2 \text{ س}^3 \quad \leftarrow \quad 3 \text{ س}^3 = -12$$



$$س^2 = 4 \leftarrow س^2 \pm \sqrt{4} ت \leftarrow س^2 \pm 2 ت$$

مجموعة الحل = $\{ 2 ت , 2- ت \}$

تدريب (٢):

- (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $س^2 = 9 + ٩$
 (ب) أوجد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الأعداد المركبة : $س^2 = 7 + ٧$

العدد المركب: العدد المركب هو العدد الذي يمكن كتابته على الصورة : $ع = س + ص ت$

حيث : $س$ ، $ص \in \mathbb{R}$ ، $ت^2 = -١$

يسمى ($س$) بالجزء الحقيقي للعدد المركب ، يسمى ($ص$) بالجزء التخيلي للعدد المركب.

تساوي عددين مركبان :

$$س + ص ت = أ + ب ت \iff س = أ , ص = ب$$

مثال محلولة (٤) :

إذا كان : $س + ت ص = ٢ ت$ فإن : $س = \dots\dots\dots$ ، $ص = \dots\dots\dots$

الحل

$$س = صفر , ص = ٢$$

مثال محلولة (٥) : أكمل :

إذا كان : $(٤ س + ١) + ٤ ص ت = ٥ - ١٢ ت$ فإن : $س = \dots\dots\dots$ ، $ص = \dots\dots\dots$

الحل

$$٤ س + ١ = ٥ \leftarrow ٤ س = ٤ \leftarrow س = ١$$

$$٤ ص = ١٢ - \leftarrow ص = ٣$$

تدريب (٣):



- (أ) أوجد قيمتي أ ، ب اللتان تحققان المعادلة : $(أ + ٣) - (ب - ١) = ٩ - ٧$ ، $١ - ٢ = ١$
- (ب) أوجد قيمتي أ ، ب اللتان تحققان المعادلة : $١٢ + ٣ أ = ٤ ب - ٢٧$ ، $١ - ٢ = ١$
- (جـ) أوجد قيمتي س ، ص اللتين تحققان المعادلة : $(س - ٣ ص) + (٢ س + ص) = ٥ + ٦$ ، $١ - ٢ = ١$

العمليات على الأعداد المركبة :

ملخص الدرس: يمكن استخدام خواص الابدال والتجميع والتوزيع عند جمع أو ضرب الأعداد المركبة كما توضح ذلك الأمثلة التالية.

مثال محلول (٦): اختصر الى أبسط صورة :

$$(١) (٣ + ٤ ت) + (٢ - ت)$$

$$(٢) (٣ - ٢ ت) - (٥ + ٣ ت)$$

$$(٣) (٢ + ٤ ت) (٥ - ٤ ت)$$

الحل

$$(١) (٣ + ٤ ت) + (٢ - ت) = ٣ + ٤ ت - ٢ + ت = ١ + ٥ ت$$

$$(٢) (٣ - ٢ ت) - (٥ + ٣ ت) = ٣ - ٢ ت - ٥ - ٣ ت = -٢ - ٥ ت$$

$$(٣) (٢ + ٤ ت) (٥ - ٤ ت) = ١٠ - ٨ ت + ٢٠ ت - ١٦ ت = ١٠ - ٤ ت$$

$$١٢ - ٢٦ = ١٠ + ٨ ت - ٢٠ ت = ١٠ - ١٢ ت$$

تدريب (٤):

$$(١) \text{ ضع العدد المركب الآتي في أبسط صورة : } (٢٦ - ٤ ت) - (٢٠ - ٩ ت) ، \text{ } ١ - ٢ = ١$$

$$(٢) \text{ المقدار } (٤ - ت) (٦ - ت) \text{ في أبسط صورة } = \dots\dots\dots$$

$$(٣) (٣ - ٤ ت) (٣ + ٤ ت) = \dots\dots\dots$$

$$(٤) (٥ - ٧ ت) (٦ + ٢ ت) = \dots\dots\dots$$

العددان المترافقان :

ملخص الدرس: العددان المركبان $(س + ص ت)$ ، $(س - ص ت)$ يسميان بالعددان المترافقان

$$\text{حيث : } (س + ص ت) (س - ص ت) = س^2 - ص^2 ت \Rightarrow ع$$

$$\text{حيث : } (س + ص ت) + (س - ص ت) = 2س \Rightarrow ع$$

مثال محلولة (٧): ضع في أبسط صورة : $(ت + ١) (ت - ١)$

$$٥ = ٤ + ١ = (ت + ١) (ت - ١)$$

تدريب (٥): ضع في أبسط صورة : $(ت + ٤) (ت - ٤)$

مثال محلولة (٨): اختصر الى أبسط صورة : $\frac{ت + ٣}{ت + ٤}$

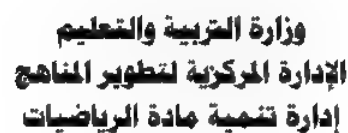
$$\begin{aligned} \text{الحل} \\ \frac{٦ + ت + ٨ + ت - ١٢}{٢٥} &= \frac{٢ت - ٨ + ت + ٩ - ١٢}{٩ + ١٦} = \frac{٣ت - ٤}{٣ت - ٤} \times \frac{ت + ٣}{ت + ٤} = ع \\ \frac{١}{٢٥} - \frac{١٨}{٢٥} &= \frac{ت - ١٨}{٢٥} = \end{aligned}$$

مثال محلولة (٩): إذا كان : $\frac{٢٦}{ت + ٥} = ص$ ، فاثبت أن : $س$ ، $ص$ مترافقان ثم

أوجد قيمة : $س^2 + ص^2 ت$ ، $س^2 ص + ص^2 ت$

الحل

$$س = \frac{٢٦}{ت + ٥} \times \frac{ت - ٥}{ت - ٥} = \frac{(ت - ٥) ٢٦}{٢٦} = ت - ٥$$



۲. س، ص مترافقان

$$٧٤ = ٢٦ - ١٠٠ = \text{س ص} - {}^2(\text{ص} + \text{س}) =$$

$$\bullet \quad 260 = 10 \times 26 = (ص + س) ص = ص^2 ص + س^2 ص$$

تدريب (٦): إذا كان : $\frac{t-1}{t-3} = \text{ص}$ ، $\frac{t-2}{t-3} = \text{فائت أن : س ، ص مترافقان.}$

حل تدریب (۱): ۱- ، -ت ، ت ، ت ، -۱

حل تدریب (۲): (أ) $\{-3, -3\}$ (ب) $\{-\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$

ط حل تدریب (۳)

$$1. = \text{ب} \quad , \quad 2. = \text{ا} \quad (1)$$

۳ = ب ، ۹ - = ا (ب)

(ج) س - ص = ۶ ، ۲ س + ص = ۵

بجمل المعادلتين : $س = ٣$ ، $ص = ١ -$

حل تدریب (۴): (۱) $۱۶ + ۱۷$ ت؛ $۲۴ - (۲)^{OM}$ ؛ $۲۵ (۳)^{2, AC}$ ؛ $۳۲ + ۳۴ (۴)$ ت

حل تدريب (٥): $٢٥ = ٩ + ١٦ = (٣ + ٤)(٣ - ٤)$

حل تدریب (۶):

$$\text{ص} = \frac{1}{10} - \frac{7}{10} \quad , \quad \text{س} = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}$$

س، ص متوافقان



تمارين على الدرس الثاني

- (١) أبسط صورة للعدد التخيلي : $t^3 = \dots\dots\dots$
- (٢) أبسط صورة للعدد التخيلي : $t^4 = \dots\dots\dots$
- (٣) $(2 + t^3) - (1 - 2t) = \dots\dots\dots$
- (٤) $(1 + 2t^2)(2 + 3t + 4t^5) = \dots\dots\dots$
- (٥) إذا كان : $s + t = \frac{2}{t+1}$ فإن : $s \text{ ص } = \dots\dots\dots$
- (٦) إذا كان : $s = 3 + 2t$ ، $\frac{t-4}{t-1} = \text{ص}$ فاوجد : $s + \text{ص}$ في صورة عدد مركب
- (٧) أبسط صورة للمقدار $(t - 1)^{10}$ هي $\dots\dots\dots$
- (٨) أوجد قيمتي s ، ص اللتان تحققان المعادلة : $\frac{(t+2)(t-2)}{t^2+4} = s + \text{ص}$
- (٩) أوجد مجموعة حل المعادلة : $s^2 - s + 1 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة.
- (١٠) مستخدماً القانون العام حل المعادلة : $5s^2 - 4s + 1 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة.
- (١١) $1 + t + t^2 + t^3 + t^4 = \dots\dots\dots$
- (١٢) $t^{58-3} = \dots\dots\dots$
- (١٣) مرافق العدد : $3 - t - 4$ هو $\dots\dots\dots$

(د) ٤

(ج) ١

(ب) ١-

(م) ١ + ت

(د) ١

(ج) ١-

(ب) - ت

(م) ت

(د) ٣ - ت - ٤

(ج) ٣ - ت + ٤

(ب) ٣ - ت - ٤

(م) ٣ + ت - ٤



(١٤) إذا كان : $١٢ + ٣س = ٢٧ - ٤ت$ فإن : $س + ن = \dots\dots\dots$

- (م) ١٢ (ب) ٩ (ج) ٦- (د) ٦

(١٥) المعكوس الضربي للعدد : $\frac{١}{١+ت}$ هو $\dots\dots\dots$

- (م) $١ + ت$ (ب) $١ - ت$ (ج) $١ + ت - ١$ (د) $١ - ت$

اجابات تمارين على الدرس الثاني

(١) ت

(٢) - ت

(٣) $١ + ٥ ت$

(٤) $٧ + ٤ ت$

(٥) ١-

(٦) $٣ + ٦ ت$

(٧) $٣٢ - ت$

(٨) $\frac{١}{٢}$ ، ١-

(٩) $\frac{٣٦}{٢} + \frac{١}{٢} ت$ ، $\frac{٣٦}{٢} - \frac{١}{٢} ت$

(١٠) $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥} ت$ ، $\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} ت$

(١١) ١

(١٢) ت

(١٣) $٣ - ت - ٤$

(١٤) ٦-

(١٥) $١ + ت$



الدرس الثالث : تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية

ملخص الدرس: الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية هي : $أس^2 + ب س + ج = ٠$
حيث : أ ، ب ، ج أعداد حقيقية ، $أ \neq ٠$

$$\text{المميز} = ب^2 - ٤ أ ج$$

- ☞ إذا كان (المميز) $ب^2 - ٤ أ ج < ٠$ كان الجذران حقيقيان مختلفان.
- ☞ إذا كان (المميز) $ب^2 - ٤ أ ج = ٠$ كان الجذران حقيقيان متساويان.
- ☞ إذا كان (المميز) $ب^2 - ٤ أ ج > ٠$ كان الجذران مركبان مترافقان (غير حقيقيان).

مثال محلولة (١) بين نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية دون حلها :

$$(١) \quad س^2 - ٤ س + ٢ = ٠$$

$$(٢) \quad س^2 - ١٢ س + ٣٦ = ٠$$

$$(٣) \quad ٤ س^2 + ٧ س + ٥ = ٠$$

الحل

$$(١) \quad س^2 - ٤ س + ٢ = ٠$$

$$أ = ١ ، \quad ب = -٤ ، \quad ج = ٢$$

∴ الجذران حقيقيان مختلفان $\text{المميز} = ب^2 - ٤ أ ج = ١٦ - ٨ = ٨ > ٠$

$$(٢) \quad س^2 - ١٢ س + ٣٦ = ٠$$

$$أ = ١ ، \quad ب = -١٢ ، \quad ج = ٣٦$$

∴ الجذران حقيقيان متساويان $\text{المميز} = ب^2 - ٤ أ ج = ١٤٤ - ١٤٤ = ٠$ صفر

$$(٣) \quad ٤ س^2 + ٧ س + ٥ = ٠$$

$$أ = ٤ ، \quad ب = ٧ ، \quad ج = ٥$$

∴ الجذران مركبان (غير حقيقيان). $\text{المميز} = ب^2 - ٤ أ ج = ٤٩ - ٨٠ = -٣١ < ٠$



تدريب (١): بين نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية :

$$(١) \quad ٠ = ١٠ + س - ٧$$

$$(٢) \quad ٠ = ٣ + س + ٥ - ٢$$

$$(٣) \quad ٠ = ٩ + س - ١٢ - ٤$$

مثال محلولة (٢): أوجد قيمة ك التي تجعل جذرى المعادلة : $٣س - ٦ = ك + ٠$ متساويان.

الحل

$$٣ = أ ، \quad ٦ - = ب ، \quad ٦ - = ج = ك$$

$$٠ = ٤ - أ ج - ٢$$

$$٣٦ - ١٢ = ك - ٠ \quad \leftarrow \quad ٣٦ = ك - ٣٦ \quad \leftarrow \quad ٣ = ك$$

تدريب (٢): أوجد قيمة م التي تجعل جذرى المعادلة : $٢س + ٩ = م + ٠$ متساويان.

مثال محلولة (٣): اثبت أن جذرى المعادلة : $٢س - ٣ = ٢ + ٠$ مركبان (غير حقيقيين). ثم استخدم القانون العام لإيجادهما.

الحل

$$٢ = أ ، \quad ٣ - = ب ، \quad ٣ - = ج = ٢$$

المميز = $٢ - ٤ - أ ج = ١٦ - ٩ = ٧ -$ (سالب) ∴ الجذران مركبان (غير حقيقيين)

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ} = \frac{-٣ \pm \sqrt{١٦ - ٩}}{٢} = \frac{-٣ \pm \sqrt{٧}}{٢}$$

الجذران هما : $\frac{-٣}{٢} + \frac{\sqrt{٧}}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢} - \frac{\sqrt{٧}}{٢}$

تدريب (٣):

(أ) اثبت أن جذرى المعادلة : $٧س - ١١ = ٥ + ٠$ مركبان (غير حقيقيان). ثم استخدم القانون العام لإيجادهما.



مثال محلولة (٤) : إذا كان م عدداً نسبياً فأثبت أن جذرى المعادلة : $٢٥س^٢ + ٥(٣ + م)س + ٣م = ٠$ نسيان.

الحل

$$٢٥ = أ ، ٥(٣ + م) = ب ، ٣م = ج$$

$$\text{المميز} = ب^٢ - ٤ أ ج = ٢٥(٣ + م)^٢ - ٤(٣م) = ٢٥(٩ + ٦م + م^٢) - ١٢م$$

$$= ٢٥٠ + ١٥٠م + ٢٥٠م^٢ - ١٢م = ٢٥٠ + ١٣٨م + ٢٥٠م^٢$$

$$= ٢٥٠ + ١٣٨م + ٢٥٠م^٢ = ٢٥(٩ + ٦م + م^٢) - ١٢م = ٢٥(٣ + م)^٢ - ١٢م$$

المميز مربع كامل \therefore الجذران عددان نسيان

تدريب (٣) : إذا كان ل ، م عددان نسيان ، فأثبت أن جذرى المعادلة : $٢س^٢ + (٣ - ل)س - م = ٠$ عددان نسيان.

حل تدريب (١) : (١) الجذران مركبان (غير حقيقيان).

(٢) الجذران حقيقيان مختلفان.

(٣) الجذران حقيقيان متساويان.

حل تدريب (٢) : $٦ \pm = م$

حل تدريب (٣) :

$$(أ) \quad ١٩ \sqrt{١٩} - \frac{١١}{١٤} ، \quad ١٩ \sqrt{١٩} + \frac{١١}{١٤} ت$$

حل تدريب (٤) :

$$ب^٢ - ٤ أ ج = (٣ - ل)^٢ - ٤(٣م) = ٩ - ٦ل + ل^٢ - ١٢م$$

$$= ٩ - ٦ل + ل^٢ - ١٢م = ٩ - ٦ل + ل^٢ - ١٢م = ٩ - ٦ل + ل^٢ - ١٢م = ٩ - ٦ل + ل^٢ - ١٢م$$

المميز مربع كامل الجذران عددان نسيان



تمارين على الدرس الثالث

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) يكون جذرى المعادلة : $س^2 - ٤س + ك = ٠$ متساويين إذا كانت : ك =

- (أ) ١ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

(٢) يكون جذرى المعادلة : $س^2 - ٢س + م = ٠$ حقيقيين مختلفين إذا كانت

- (أ) $م = ١$ (ب) $م > ١$ (ج) $م < ١$ (د) $م = ٤$

(٣) يكون جذرى المعادلة : $س^2 - ١٢س + ٩ = ٠$ مركبين (غير حقيقيين) إذا كانت

- (أ) $ل = ٤$ (ب) $ل > ٤$ (ج) $ل < ٤$ (د) $ل = ١$

(٤) حدد نوع جذرى المعادلة : $س^2 - ٢س + ٥ = ٠$

(٥) حدد نوع جذرى المعادلة : $س^2 - ١٠س + ٢٥ = ٠$

(٦) إذا كان جذرا المعادلة : $س^2 + ب = ٠$ حقيقيين ومختلفين فإن

- (أ) $أ < صفر$ ، $ب < صفر$ (ب) $أ ب > صفر$ (ج) $أ ب < صفر$ (د) $أ = صفر$

(٧) إذا كان : $س^2 + ب س + ج = ٠$ وكان : $أ ج > صفر$ فإن جذرى المعادلة يكونان

- (أ) حقيقيان متساويان (ب) حقيقيان مختلفان (ج) مركبان مترافقان (د) نسبيان

(٨) إذا كان جذرى المعادلة : $س^2 + ٤س + م = ٠$ حقيقيين مختلفين فإن $م \geq$

- (أ) $[-\infty, ٤]$ (ب) $[-\infty, ٤[$ (ج) $]-\infty, ٤]$ (د) $]-\infty, ٤[$

(٩) جذرا المعادلة : $س^2 + ب س + ج = ٠$ حقيقيين متساويين إذا كان : $ب^2 =$

- (أ) $٢ أ ج$ (ب) $أ ج$ (ج) $٤ أ ج$ (د) $-٤ أ ج$

(١٠) أوجد قيم ك التي تجعل للمعادلة : $س^2 - ٤س + ٤ = ٠$ جذرين مركبين (غير حقيقيين).



اجابات تمارين على الدرس الثالث

(١) ٤

(٢) $١ > م$

(٣) $٤ < ل$

(٤) مركبان (غير حقيقيان)

(٥) حقيقيان متساويان

(٦) $أ ب > صفر$

(٧) حقيقيان مختلفان

(٨) $]-∞ ، ٤]$

(٩) $أ ج -$

(١٠) $ك ⊃]١ ، ∞]$



الدرس الرابع: العلاقة بين جذري معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها

ملخص الدرس: بفرض أن جذري المعادلة: $أس^2 + ب س + ج = ٠$ هما $ل$ ، $م$
حيث : $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد حقيقية ، $أ \neq ٠$

$$\text{مجموع الجذرين} = ل + م = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل س}^2} = \frac{-ب}{أ}$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = ل م = \frac{\text{الحـد المطلق}}{\text{معامل س}^2} = \frac{ج}{أ}$$

نتائج هامة :

- (١) إذا كان أحد جذري المعادلة معكوساً جمعياً للجذر الآخر فإن : معامل س = صفر أي (ب = صفر)
- (٢) إذا كان أحد جذري المعادلة معكوساً ضربياً للجذر الآخر فإن : $أ = ج$

مثال محلولة (١)

إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذرا المعادلة : $٢س^2 + ٥س + ٣ = ٠$ فإن : $ل + م = \dots\dots\dots$ ، $ل م = \dots\dots\dots$

$$\text{الحـل} \quad \quad \quad \frac{٥-}{٢} = ل + م , \quad \quad \quad \frac{٣}{٢} = ل م$$

تدريب (١):

إذا كان $ل$ ، $م$ هما جذرا المعادلة : $٣س^2 - ٧س + ١٣ = ٠$ فإن : $ل + م = \dots\dots\dots$ ، $ل م = \dots\dots\dots$

مثال محلولة (٢) : إذا كان أحد جذري المعادلة : $٢س^2 + (٥ - أ) س + ١٣ = ٠$ معكوساً جمعياً للجذر الآخر فإن : $أ = \dots\dots\dots$

الحـل



$$٥ = أ \quad \leftarrow \quad ٥ = ٥ - أ$$

تدريب (٢):

إذا كان أحد جذري المعادلة $س^٢ + (٧ - أ)س - ٩ = ٥$ معكوساً جمعياً للجذر الآخر فإن : $أ = \dots\dots\dots$

مثال محلولة (٣)

إذا كان أحد جذري المعادلة : $س^٢ + ٢٦س + ٢ = ٥$ معكوساً ضربياً للجذر الآخر فإن : $أ = \dots\dots\dots$

الحل

$$٧ = أ \quad \leftarrow \quad ٥ = ٢ - أ$$

تدريب (٣): إذا كان أحد جذري المعادلة : $س^٢ - ٥س + ل - ٤ = ٥$ معكوساً ضربياً للجذر الآخر فإن : $ل = \dots\dots\dots$

مثال محلولة (٤)

إذا كان أحد جذري المعادلة : $س^٢ - ٣م س + (٧ - م٣) = ٥$ يساوي ضعف الجذر الآخر الآخر أوجد قيمة م الصحيحة الموجبة.

الحل

نفرض أن جذري المعادلة هما : $ل$ ، $٢ل$

$$\text{مجموع الجذرين} = ٣ = ل \quad \leftarrow \quad \text{مجموع الجذرين} = ٣ = ل$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = ٢ل^٢ = ٣ - م$$

$$٣ - م = ٢م^٢ \quad \leftarrow \quad ٣ - م = ٢م^٢$$

$$٣ = م \quad \leftarrow \quad ٣ = م \quad \text{مرفوض} \quad \frac{١}{٢} = م$$

تدريب (٤):



(١) أوجد قيمة ك التي تجعل أحد جذري المعادلة : $س^2 - ٦س + ك = ٠$ يساوي مربع الجذر الآخر.

(٢) إذا كان : $س = ٣$ أحد جذري المعادلة : $س^3 - ٢س^2 - ٢س - ٥ = ٠$ فإن : $هـ = \dots\dots\dots$

مثال محلولة (٥)

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة : $س^3 + ١٠س - ٨ = ٠$ يساوي $\frac{٨-}{٣}$ فوجد قيمة ل

الحل

$$\frac{٨-}{٣} = \frac{ل-}{٣} \quad \leftarrow \quad ٨ = ل$$

تدريب (٥):

إذا كان مجموع جذري المعادلة : $س^2 + ٢س - ٥ = ٠$ يساوي $\frac{٣-}{٢}$ فوجد قيمة ب

مثال محلولة (٦)

إذا كان : (١ + ت) هو أحد جذور المعادلة : $س^2 - ٢س + ل = ٠$ حيث $ل \in ح$ فوجد :

(أ) الجذر الآخر (ب) قيمة ل

الحل

(أ) الجذر الآخر هو (١ - ت) لأن الجذران مترافقان ومجموعهما = ٢

(ب) حاصل ضرب الجذرين = ل

$$٢ = (١ + ت)(١ - ت) \quad \leftarrow \quad ٢ = ١ - ت^2$$

تدريب (٦):

إذا كان : (٢ + ت) هو أحد جذور المعادلة : $س^2 - ٤س + م = ٠$ حيث $م \in ح$ فوجد :

(أ) الجذر الآخر (ب) قيمة م

حل تدريب (١): $\frac{١٣}{٣} ، \frac{٧}{٣}$



حل تدريب (٢): $٧ = أ$

حل تدريب (٣): $٥ = ل$

حل تدريب (٤): (١) $ك = ٨$ أو $٢٧ -$ (٢) ٢١

حل تدريب (٥): $٣ = ب$

حل تدريب (٦): (أ) الجذر الآخر $= ٢ - ت$ (ب) $٥ = م$

تمارين على الدرس الرابع

أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ - \sqrt{٥}س - م = ٠$ فإن : $..... = م$

(٢) إذا كان أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ - (٧ - ب)س + ٤ = ٠$ معكوساً جمعياً للجذر الآخر فإن : $..... = ب$

(٣) إذا كان : $س = ٣$ أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ + أس - ١٢ = ٠$ فإن : $..... = أ$ ، الجذر الآخر $=$

(٤) إذا كانت النسبة بين جذري المعادلة : $٢س^٢ - ب س + ٤٨ = ٠$ تساوى $٣ : ٤$ فأوجد قيمة ب

(٥) إذا كان : $ل$ ، $٢ - ل$ هما جذرا المعادلة : $٢س^٢ + ك س + ٦ = ٠$ فإن : $..... = ك$

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٥

(٦) أوجد قيمة م التي تجعل أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ + ٣س + م = ٠$ ضعف الجذر الآخر.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(٧) إذا كان : $(٢ + ت)$ هي أحد جذري المعادلة : $٢س^٢ - ٤س + ج = ٠$ فإن قيمة ج =

(أ) ١٦ (ب) ١٦- (ج) ٥- (د) ٥



(٨) إذا كان : ل ، م جذرا المعادلة : $s^2 - (3 - b)s + 2 = 0$ ، وكان : $l + m = 7$
فإن : $b = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤ (ب) -١٠ (ج) -٤ (د) ١٠

(٩) إذا كان أحد جذري المعادلة : $s^2 - 5s + 4 = 0$ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٣
فإن : $h = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

(١٠) إذا كان أحد جذري المعادلة : $2ms^2 + 7s + 1 + m^2 = 0$ معكوساً ضربياً للجذر الآخر
فإن : $m = \dots\dots\dots$

- (أ) ١ - (ب) ١ (ج) $1 \pm$ (د) ٢

اجابات تمارين على الدرس الرابع

(١) ٥

(٢) ٧

(٣) ١ ، -٤

(٤) $14 \pm$

(٥) ٢ -

(٦) ٢

(٧) ٥

(٨) -٤

(٩) ٤

(١٠) ١



تابع الدرس الرابع : تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها

ملخص الدرس : إذا كان : $ل$ ، $م$ هما جذري معادلة تربيعية.

فإن : المعادلة تكون علي الصورة : $س^2 - (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = ٠$

أي : $س^2 - (ل + م) س + ل م = ٠$

تذكر أن : $ل^2 + م^2 = (ل + م)^2 - ٢ ل م$ ، $ل^2 - م^2 = (ل - م)(ل + م)$ ، $ل م = \frac{ل + م}{\frac{ل}{م} + \frac{م}{ل}}$

$$ل^2 م^2 = (ل م)^2 \quad \text{و} \quad \frac{ل + م}{ل م} = \frac{1}{م} + \frac{1}{ل}$$

$$ل^3 + م^3 = (ل + م)(ل^2 - ل م + م^2)$$

مثال محلول (١) : كون المعادلة التربيعية التي جذراها $\sqrt{٢} + ٣$ ، $\sqrt{٢} - ٣$

الحل

مجموع الجذرين = ٦

حاصل ضرب الجذرين = $(\sqrt{٢} + ٣)(\sqrt{٢} - ٣) = ٢ - ٩ = -٧$

المعادلة هي : $س^2 - ٦ س + ٧ = ٠$

تدريب (١) : كون المعادلة التربيعية التي جذراها : $\sqrt{٣} + ٧$ ، $\sqrt{٣} - ٧$

مثال محلول (٢)

إذا كان $ل$ ، $م$ جذري المعادلة $س^2 - ١٠ س + ك = ٠$ وكان $ل^2 + م^2 = ٨٠$ فأوجد قيمة $ك$ العددية.

الحل

$$ل + م = ١٠ \quad , \quad ل م = ك$$



$$\begin{aligned} 80 &= 2L + 2M & \leftarrow & \quad (L + M)^2 - 2LM = 80 \\ 100 &= 2K - 80 & \leftarrow & \quad 20 = K^2 \end{aligned}$$

مثال محلولة (٣)

إذا كان L ، M جذري المعادلة $x^2 - 13x - 11 = 0$
أوجد المعادلة التي جذراها $L + 3$ ، $M + 3$

الحل

$$\begin{aligned} L + M &= \frac{13}{1} \\ LM &= \frac{-11}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{20}{1} = 6 + \frac{13}{1} = 6 + M + L = \text{مجموع الجذرين}$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = (L + 3)(M + 3) = LM + 3L + 3M + 9$$

$$= LM + 3(L + M) + 9$$

$$= -11 + 3 \times 13 + 9 = 23$$

$$\text{المعادلة هي: } x^2 - 23x + 20 = 0 \quad \leftarrow \quad x^2 - 13x - 11 = 0$$

تدريب (٢): إذا كان L ، M جذري المعادلة $x^2 - 3x - 6 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها:

$$L + 2, M + 2$$

مثال محلولة (٤)

إذا كان L ، M جذري المعادلة $x^2 + 7x - 4 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{L}{M}$ ، $\frac{M}{L}$

الحل

$$\begin{aligned} L + M &= -7 \\ LM &= -4 \end{aligned}$$



$$\frac{65}{8} - = \frac{m^2 - (m+l)^2}{l} = \frac{m^2 + l^2}{l} = \frac{m}{l} + \frac{l}{m} = \text{مجموع الجذرين}$$

$$1 = \frac{m}{l} \times \frac{l}{m} = \text{حاصل ضرب الجذرين}$$

$$\text{المعادلة هي: } 1 - \left(\frac{65}{8} -\right) = 0 \quad \leftarrow \quad 8x^2 + 65x + 8 = 0 \text{ صفر}$$

تدريب (٣):

$$\text{إذا كان } l, m \text{ جذري المعادلة } x^2 - 3x - 5 = 0 \text{ أوجد المعادلة التي جذراها } \frac{m}{l}, \frac{l}{m}$$

مثال محلولة (٥)

$$\text{إذا كان } l, m \text{ جذري المعادلة } x^2 - 7x + 12 = 0 \text{ أوجد المعادلة التي جذراها}$$

$$(l+m), (l-m) \text{ حيث } l < m$$

الحل

$$\text{المعادلة يمكن تحليلها وإيجاد جذريها وهما ٣ ، ٤} \quad \leftarrow \quad l = 4, m = 3$$

$$\text{مجموع الجذرين} = (l+m) + (l-m) = 26$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = (l+m)(l-m) = 25$$

$$\text{المعادلة هي: } x^2 - 26x + 25 = 0 \text{ صفر (على الطالب الحل بطريقة أخرى)}$$

تدريب (٤):

$$\text{إذا كان } l, m \text{ جذري المعادلة: } x^2 - 2x - 7 = 0 \text{ أوجد المعادلة التي جذراها: } l^2, m^2$$

تدريب (٥):

$$\text{إذا كان } l, m \text{ جذري المعادلة } x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ أوجد المعادلة التي جذراها:}$$

$$l^2, m^2$$



حل تدريب (١): المعادلة هي : $x^2 - 14x + 58 = 0$

حل تدريب (٢): المعادلة هي : $x^2 - 18x + 49 = 0$

حل تدريب (٣): المعادلة هي : $x^2 - 7x + 4 = 0$

حل تدريب (٤): المعادلة هي : $x^2 + 19x + 5 = 0$

حل تدريب (٥): المعادلة هي : $x^2 - 6x + 27 = 0$

تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 3x - 5 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها ل + ٣ ، م + ٣

(٢) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 6x + 3 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{1}{L}$ ، $\frac{1}{M}$

(٣) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 3x - 5 = 0$ حيث $L < M$ أوجد المعادلة التي جذراها

$$L + \frac{1}{L} , M + \frac{1}{M}$$

(٤) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 5x + 2 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها L^2 ، M^2

(٥) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $x^2 - 5x + 3 = 0$ فأوجد بدون إستخدام الحاسبة القيمة العددية

$$\text{لكل من : } L^2 + M^2 \text{ و } \frac{2}{L} + \frac{2}{M}$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٣ ت ، - ٣ ت هي

$$(أ) x^2 - 3x + 9 = 0 \quad (ب) x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$(جـ) x^2 + 9x = 0 \quad (د) x^2 + 6x = 0$$



(٧) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 - ٥س + ٢ = ٠$ فإن قيمة المقدار : $م^2 - ٥م + ٢$ تساوى

- (أ) صفر (ب) ٤- (ج) ١ (د) ١-

(٨) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 - ٧س + ١٠ = ٠$ حيث $ل < م$ فإن : $ل^2 - م^2 =$

- (أ) ٢١ (ب) ٦٣ (ج) $١٣\sqrt{٤٠}$ (د) $٧\sqrt{٩}$

(٩) المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ٢ عن كل من جذري المعادلة : $س^2 - ٣س + ٢ = ٠$ هي

(أ) $س^2 - ٣س + ٢ = ٠$ (ب) $س^2 + ٧س + ١٢ = ٠$

(ج) $س^2 - ٧س + ١٢ = ٠$ (د) $س^2 - ٧س - ١٢ = ٠$

(١٠) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 + ٣س - ١ = ٠$ فإن : $ل^2 + ٦ل =$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

اجابات تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) $س^2 - ٩س + ١٣ = ٠$

(٢) $س^2 - ٤س + ١ = ٠$

(٣) $س^2 - ٥س + ٦ = ٠$

(٤) $س^2 - ٢١س + ٤ = ٠$

(٥) $\frac{١٠}{٣}$ ، ٢١

(٦) $س^2 + ٩س = ٠$

(٧) صفر

(٨) ٢١

(٩) $س^2 - ٧س + ١٢ = ٠$

(١٠) ٢



الدرس الخامس : إشارة الدالة

ملخص الدرس : المقصود ببحث إشارة الدالة هو تحديد قيم المتغير s (مجال s) التي تكون عندها قيم الدالة d على النحو الآتي:

- موجبة أي : $d(s) < 0$
- سالبة أي : $d(s) > 0$
- مساوية للصفر : $d(s) = 0$

أولاً : بحث الدالة الثابتة : الصورة العامة لها : $d(s) = c$ حيث : $c \neq 0$ صفر

إشارة الدالة d مثل إشارة c لكل $s \in \mathbb{R}$

مثال محلولة (١)

إشارة الدالة : $d(s) = 5$ موجبة لكل $s \in \mathbb{R}$

إشارة الدالة : $d(s) = -3$ سالبة لكل $s \in \mathbb{R}$

تدريب (١) : إشارة الدالة $d(s) = -7$ تكون لكل $s \in \mathbb{R}$

ثانياً : إشارة الدالة الخطية : الصورة العامة لها : $d(s) = bs + c$ ، $b \neq 0$

إشارة الدالة مثل إشارة b عندما $s < -\frac{c}{b}$

إشارة الدالة تخالف إشارة b عندما $s > -\frac{c}{b}$

$d(s) = 0$ عندما $s = -\frac{c}{b}$

مثال محلولة (٢) : إبحث إشارة الدالة : $d(s) = 3s + 6$

الحل

$$3s + 6 = 0 \quad \leftarrow \quad 3s - 6 = 0 \quad \leftarrow \quad s = -2$$



إشارة الدالة موجبة عندما : $s < -2$

إشارة الدالة سالبة عندما : $s > -2$

د (س) = ٠ عندما : $s = -2$

إبحث إشارة الدالة : د (س) = ٥ - س

مثال محلول (٣)

الحل

$$٥ - س = ٠ \quad \leftarrow \quad س = ٥$$

إشارة الدالة سالبة عندما : $s < ٥$

إشارة الدالة موجبة عندما : $s > ٥$

د (س) = ٠ عندما : $s = ٥$

تدريب (٢) : أكمل مايتي :

(١) الدالة د : د (س) = ٤ - س تكون سالبة في الفترة

(٢) الدالة : ص = ٣ - س موجبة في الفترة

(٣) إذا كانت : د (س) = ٥ - س فإن : د (س) < ٠ لكل س \Rightarrow

(٤) إذا كانت : د (س) = ٦ - س فإن : د (س) تكون موجبة عندما س \Rightarrow

ثالثاً: إشارة الدالة التربيعية : الصورة العامة لها : د (س) = أس^٢ + ب س + جـ

حيث : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ \neq ٠

إذا كان الجذران حقيقيان مختلفان ل ، م وبفرض أن : ل > م

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س \in] ل ، م [

إشارة الدالة تخالف إشارة أ عندما س \in] م ، ل [

د (س) = صفر عندما س \in { ل ، م }



مثال محلولة (٤) : إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - س^٣ - ٤ موضحاً ذلك على خط الأعداد

الحل

$$٠ = س^٢ - س^٣ - ٤$$

$$٠ = (س - ١)(س + ٤) \quad \leftarrow \quad س = ٤, \quad س = -١$$

إشارة الدالة موجبة عندما س $\in [-١, ٤]$

إشارة الدالة سالبة عندما س $\in [-٤, -١]$

د (س) = صفر عندما س $\in \{-٤, -١\}$

س

مثال محلولة (٥) : إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - س - ٦ موضحاً ذلك على خط الأعداد

الحل

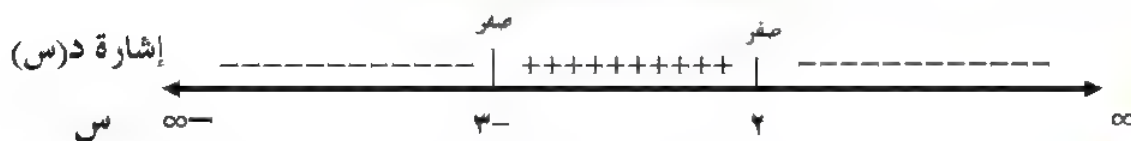
$$٠ = س^٢ - س - ٦$$

$$٠ = (س + ٣)(س - ٢) \quad \leftarrow \quad س = ٢, \quad س = -٣$$

إشارة الدالة سالبة عندما س $\in [-٣, ٢]$

إشارة الدالة موجبة عندما س $\in [-٢, -٣]$

د (س) = صفر عندما س $\in \{-٣, ٢\}$



تدريب (٣):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - س + ٣ موضحاً ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - ١٢ - ٥ موضحاً ذلك على خط الأعداد.



(٣) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٣ - س^٢ + ٢س موضحاً ذلك على خط الأعداد.

(٤) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٢س^٢ + ٥س - ٣ موضحاً ذلك على خط الأعداد.

☞ إذا كان الجذران حقيقيان متساويان (كل منهما يساوي ل) :

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س ≠ ل أو ح - { ل }

د (س) = صفر عندما س = ل

مثال محلولة (٦) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - ٤س + ٤ موضحاً ذلك على خط الأعداد

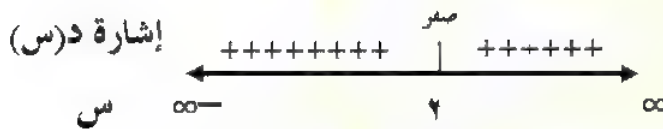
الحل

$$س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$$

$$س = ٢ \quad \leftarrow \quad ٠ = (س - ٢)(س - ٢)$$

إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٢

د (س) = صفر عندما س = ٢



تدريب (٤):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ١ - س^٢ + ٢س - ٢ موضحاً ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - ٨س + ١٦ موضحاً ذلك على خط الأعداد.

☞ إذا كان الجذران مركبان (غير حقيقيان) :

إذا كان : ب^٢ - ٤ أ ج > ٠ فإنه لا توجد جذور حقيقية وتكون إشارة الدالة مثل إشارة معامل س^٢

مثال محلولة (٧) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^٢ - ٣س + ٥

الحل



$$س^2 - 3س + 5 = 0$$

$$\text{المميز} = ب^2 - 4أج = 9 - 20 = -11 < 0$$

الجذران غير حقيقيان ← إشارة الدالة موجبة

تدريب (5):

$$(1) \text{ إبحث إشارة الدالة } د : د(س) = س^2 - 4س + 7$$

$$(2) \text{ إبحث إشارة الدالة } د : د(س) = -س^2 - 9$$

حل تدريب (1): سالبة

حل تدريب (2):

$$(1)] 1, \infty - [\quad (2)] 3, \infty - [\quad (3)] 0, \infty - [\quad (4)] 0, \infty - [$$

حل تدريب (3):

$$(1) \text{ إشارة الدالة موجبة عندما } س \in] 1, 3 [$$

$$\text{إشارة الدالة سالبة عندما } س \in] 3, 1 [$$

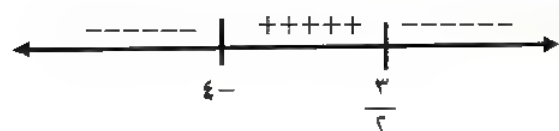
$$د(س) = 0 \text{ عندما } س \in \{ 3, 1 \}$$



$$(2) \text{ إشارة الدالة سالبة عندما } س \in] \frac{3}{2}, 4 - [$$

$$\text{إشارة الدالة موجبة عندما } س \in] \frac{3}{2}, 4 - [$$

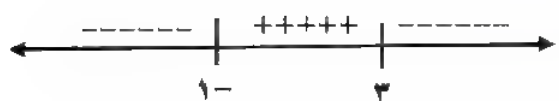
$$د(س) = 0 \text{ عندما } س \in \{ \frac{3}{2}, 4 - \}$$



$$(3) \text{ إشارة الدالة سالبة عندما } س \in] 3, 1 - [$$

$$\text{إشارة الدالة موجبة عندما } س \in] 3, 1 - [$$

$$د(س) = 0 \text{ عندما } س \in \{ 3, 1 - \}$$





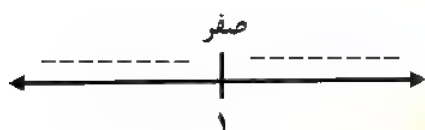
(٤) إشارة الدالة موجبة عندما $s \in]-\infty, -\frac{1}{3}]$



إشارة الدالة سالبة عندما $s \in]-\frac{1}{3}, 3]$

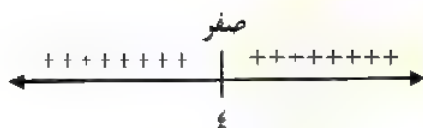
د (س) = صفر عندما $s \in \{-\frac{1}{3}, 3\}$

حل تدريب (٤):



(١) إشارة الدالة سالبة عندما $s \neq 1$

د (س) = صفر عندما $s = 1$



(٢) إشارة الدالة موجبة عندما $s \neq 4$

د (س) = صفر عندما $s = 4$

حل تدريب (٥):

(١) ب $2 - 4$ أ ج $2 > 4$ الجذران غير حقيقيان ← إشارة الدالة موجبة

(٢) الجذران غير حقيقيان ← إشارة الدالة سالبة

تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إشارة الدالة د : د(س) = $2 - 6$ س تكون غير موجبة عند

(أ) س < 3 (ب) س ≥ 3 (ج) س > 3 (د) س ≤ 3

(٢) الدالة د : د(س) = p لها إشارة دائماً

(أ) مثل إشارة p (ب) تخالف إشارة p (ج) موجبة (د) سالبة

(٣) الدالة د : د(س) = $2 - 4$ سالبة لكل س \exists

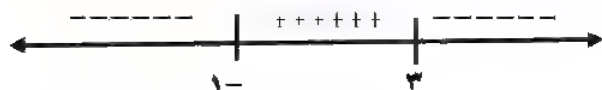
(أ) $]-2, 2[$ (ب) $]-2, 2]$ (ج) $]-\infty, 4[$ (د) $]-\infty, 2[$



- (٤) إشارة الدالة د : د(س) = $١س + ب$ على ح تكون مثل إشارة ب إذا كان
(أ) $١ = ب$ (ب) $١ = \text{صفر}$ (جـ) $١ > \text{صفر}$ (د) $١ < \text{صفر}$
- (٥) الدالة د : د(س) = $١س^٢ + ب س + جـ$ يكون لها إشارة واحدة في ح عندما
(أ) $١ - ٤ - ٢ ب < \text{صفر}$ (ب) $١ - ٤ - ٢ ب > \text{صفر}$
(جـ) $١ - ٤ - ٢ ب = \text{صفر}$ (د) $١ - ٤ - ٢ ب \leq \text{صفر}$
- (٦) الفترة التي تكون فيها الدالة د : د(س) = $١س^٢ - ٥س + ٦$ موجبة هي
(أ) $ح - [٣ ، ٢]$ (ب) $ح - [٣ ، ٢]$ (جـ) $ح - \{٣ ، ٢\}$ (د) $ح - [٣ ، ٢]$
- (٧) الدالة د : د(س) = $(١ - س)(٣ + س)$ تكون موجبة في الفترة
(أ) $ح - [١ ، ٣ -]$ (ب) $ح - [١ ، ٣ -]$ (جـ) $ح - [١ ، ٣ -]$ (د) $ح - [١ ، ٣ -]$
- (٨) أكمل : إذا كانت د : د(س) = $٣ - ٢س$ فإن د : د(س) تكون موجبة عندما
(٩) إبحث إشارة الدالة د : د(س) = $٢س - ٣ + ١$ موضحاً ذلك على خط الأعداد.
(١٠) إبحث إشارة الدالة د : د(س) = $٨ - ٢س - ١س^٢$

اجابات تمارين على الدرس الخامس

- (١) $٣ \leq س$ (٩) إشارة الدالة سالبة عندما $س \ni ح - [١ - ، ٣]$
- (٢) مثل إشارة ١ إشارة الدالة موجبة عندما $س \ni ح - [١ - ، ٣]$
- (٣) $ح - [٢ - ، ٢]$ د(س) = صفر عندما $س \ni ح - \{١ - ، ٣\}$
- (٤) $١ = \text{صفر}$
- (٥) $١ - ٤ - ٢ ب > \text{صفر}$
- (٦) $ح - [٣ ، ٢]$ (١٠) إشارة الدالة سالبة عندما $س \ni ح - [٢ - ، ٤]$
- (٧) $ح - [١ ، ٣ -]$ إشارة الدالة موجبة عندما $س \ni ح - [٢ - ، ٤]$
- (٨) $س > \frac{٣}{٢}$ د(س) = صفر عندما $س \ni ح - \{٢ - ، ٤\}$



الدرس السادس: متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد

ملخص الدرس :

حل متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد نتبع الآتي :

(١) نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة ص = د(س)

(٢) ندرس إشارة الدالة د المرتبطة بالمتباينة

(٣) تحديد مجموعة حل طبقاً للفترة التي تحققها

مثال محلولة (١) : أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $س^2 + ٢س - ٨ < ٠$

الحل

$$د(س) = س^2 + ٢س - ٨$$

$$٠ = س^2 + ٢س - ٨$$

$$٠ = (س + ٤) (س - ٢)$$

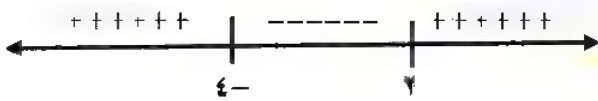
$$س = -٤ ، س = ٢$$

إشارة الدالة موجبة عندما $س \in]-٤ ، ٢[$

إشارة الدالة سالبة عندما $س \in]٢ ، -٤[$

د(س) = صفر عندما $س \in \{٢ ، -٤\}$

$$م \cup ح =]-٤ ، ٢[\text{ أو }]٢ ، -٤[\cup]٢ ، -٤[\cup]-٤ ، ٢[\cup]٢ ، -٤[$$



مثال محلولة (٢) : أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $س^2 - ١٥س + ٧ \geq ٠$

$$٠ \geq س^2 - ١٥س + ٧$$

$$د(س) = س^2 - ١٥س + ٧$$

$$٠ = س^2 - ١٥س + ٧$$



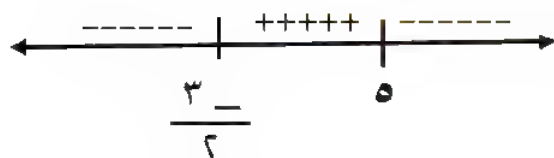
$$0 = (س - 5) (3 + س)$$

$$س = 5 \text{ ، } \frac{3}{2} -$$

إشارة الدالة سالبة عندما $س \in]5, \frac{3}{2} - [$

إشارة الدالة موجبة عندما $س \in] \frac{3}{2} - , 5 [$

د (س) = صفر عندما $س \in \{5, \frac{3}{2} - \}$



$$م. ح =]5, \frac{3}{2} - [\text{ أو } م. ح =] \frac{3}{2} - , 5 [\cup] \infty , 5 [$$

تدريب (١):

(١) أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $س^2 - 4س + 4 \leq 0$

(٢) أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $س^2 - 9س + 14 > 0$

(٣) أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : $س^2 + 5س + 6 > 0$

حل تدريب (١):

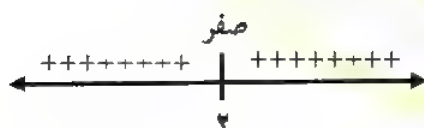
$$(١) د(س) = س^2 - 4س + 4$$

$$0 = س^2 - 4س + 4$$

$$س = 2$$

إشارة الدالة موجبة عندما $س \neq 2$

د (س) = صفر عندما $س = 2$



$$م. ح = \mathbb{R}$$

$$(٢) د(س) = س^2 - 9س + 14$$

$$0 = س^2 - 9س + 14$$

$$س = 3$$



إشارة الدالة سالبة عندما $s \neq 3$

د (س) = صفر عندما $s = 3$

$$\text{أو }] \infty, 3[\cup] 3, \infty - [= \text{ح.م} \quad \{ 3 \} - \text{ح} = \text{ح.م}$$

$$(3) \text{ د (س) } = s^2 + s + 5$$

$$s^2 + s + 5 = 0$$

الجذران مركبان ← إشارة الدالة موجبة ← ح.م = \emptyset

تمارين على الدرس السادس

أوجد مجموعة حل المتباينات التربيعية الآتية في ح :

$$(1) s^2 \geq 9$$

$$(2) s^2 - s > 0$$

$$(3) s^2 + 5 \geq 1$$

$$(4) (s - 2)(s - 5) > 0$$

$$(5) s^2 \leq 6s - 9$$

$$(6) s(s + 2) - 3 \geq 0$$

$$(7) s^2 \geq 5s - 2$$

$$(8) s^3 \geq 11s + 4$$

$$(9) s^2 - 8s + 16 \leq 0$$

$$(10) s^2 - 4s + 7 > 0$$



اجابات تمارين على الدرس السادس

$$(١) م.ح = [-٣, ٣]$$

$$(٢) م.ح = \mathcal{L} - [٠, ٢]$$

$$(٣) م.ح = \emptyset$$

$$(٤) م.ح = [٢, ٥]$$

$$(٥) م.ح = \mathcal{L}$$

$$(٦) م.ح = [-٣, ١]$$

$$(٧) م.ح = \mathcal{L} - [-٤, ٣, ٤, ١]$$

$$(٨) م.ح = [-\frac{1}{3}, ٤]$$

$$(٩) م.ح = \mathcal{L}$$

$$(١٠) م.ح = \emptyset$$



تمارين عامة على الوحدة الأولى

أكمل العبارات الآتية :

(١) في المعادلة : $س^2 + 3س - 4 = *$ حاصل ضرب الجذرين =

(٢) المعادلة التي جذراها ٣ ، ٢ هي

(٣) د (س) = $س - 3$ تكون سالبة عندما $س \geq$

(٤) إذا كان : $س = 2$ أحد جذري المعادلة : $س^2 - 5س + م = *$ فإن : $م =$

(٥) إذا كان أحد جذري المعادلة : $س^2 + (3 - ٥)س - ٩ = *$ معكوس جمعي للجذر الآخر

فإن : $٥ =$

(٦) إذا كان جذري المعادلة : $س^2 - 8س + ج = *$ متساويين فإن : $ج =$

(٧) إذا كان جذري المعادلة : $س^2 + 3س - 5 = *$ هما ل ، م فإن : $ل^2 + م^2 =$

(٨) المعادلة التربيعية التي جذراها (١ + ت) ، (١ - ت) حيث $ت^2 = 1$ هي

(٩) أبسط صورة للعدد التخيلي (٦٥) هي

(١٠) مجموعة حل المتباينة : $س^2 + 3س - 4 \geq *$ في ح هي

(١١) أبسط صورة للمقدار : (١ - ت) ١٠ هي

(١٢) إذا كانت : $س^3 + ٢ص - ت + ٤س = *$ فإن : (س ، ص) =

(١٣) إذا كان : ل ، م جذرا المعادلة : $س^2 + ٤س - 3 = *$ فكون المعادلة التي جذراها : ل + ٥ ، م + ٥

(١٤) إذا كان : ل ، م هما جذري المعادلة : $س^2 + ٢س - 5 = *$ فأوجد المعادلة التي جذراها $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$

(١٥) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $س^2 - ٧س + 3 = *$ فأوجد المعادلة التي جذراها ل ٥ ، م ٢

(١٦) إذا كان : جذرا المعادلة $س^2 + ٥س - 4 = *$ متساويين أوجد قيمة ك



(١٧) بين نوع جذري المعادلة : $س^2 + ٢س + ٤ = ٠$ ثم اوجد مجموعة الحل في مجموعة الأعداد المركبة

(١٨) إبحث إشارة الدالة : $د(س) = ٦ + ٥س - س^2$ في ح ،

ثم اوجد مجموعة الحل للمتباينة : $د(س) < ٠$

(١٩) أوجد قيمتي س ، ص إذا كان : $س + ص ت = \frac{(ت - ٢)(ت + ٢)}{٣ + ٤ت}$

(٢٠) أوجد في أبسط صورة : $(٥ - ت)^2 - (٢ + ت)(٣ + ٢ت)$

اجابات تمارين عامة على الوحدة الأولى

(١٤) $٥س^2 - س - ٢ = ٠$ (١)

(١٥) $٢٢٥ + ٢١٥س - س^2 = ٠$ (٢)

(١٦) $\frac{٢٥}{٣٢} -$ (٣)

(١٧) الجذران مركبان ، (٤)

ح.م = $\{ -١ - \sqrt{٣}ت ، -١ + \sqrt{٣}ت \}$ (٥)

(١٨) سالبة عندما $س \in] -١ ، ٦ [$ (٦)

موجبة عندما $س \in [-١ ، ٦]$ (٧)

د(س) = صفر عندما $س \in \{ -١ ، ٥ \}$ (٨)

ح.م = $[-١ ، ٦]$ (٩)

(١٩) $س = \frac{٣}{٥}$ ، $ص = \frac{٤}{٥}$ (١٠)

(٢٠) $٣٢ - ت$ (١١)

(١٢) $(٢ ، -٤)$

(١٣) $س^2 - ٦س + ٢ = ٠$



اختبار (١) على الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) جذرا المعادلة : $ب س^٢ - أ س + ج = ٠$ يكونان عدداً مركبان إذا كان

- (أ) $ب^٢ - ٤ أ ج > ٠$ (ب) $أ^٢ - ٤ ب ج > ٠$
(ج) $ج^٢ - ٤ ب أ > ٠$ (د) $ب^٢ - ٤ أ ج < ٠$

(٢) المعادلة التربيعية التي جذراها (٣ - ت) ، (٣ + ت) هي

- (أ) $س^٢ - ٦ س - ١٠ = ٠$ (ب) $س^٢ - ٦ س + ١٠ = ٠$
(ج) $س^٢ + ٦ س - ١٠ = ٠$ (د) $س^٢ + ٦ س + ١٠ = ٠$

(٣) إذا كان : $د(س) = ٤ - ٢ س$ فإن إشارتها تكون سالبة في الفترة

- (أ) $[-٢ ، ∞)$ (ب) $[٢ ، ٤]$ (ج) $[٤ ، ٢]$ (د) $[-٢ ، ∞)$

(٤) مجموعة حل المعادلة : $س^٢ + ٢٥ = ٠$ في ك هي

- (أ) $\{٥ ، -٥\}$ (ب) $\{-٣ ت\}$ (ج) $\{٥ ت ، -٥ ت\}$ (د) \emptyset

(٥) $١ + ت + ت^٢ + ت^٣ + ت^٤ + + ت^{١٦} =$

- (أ) ت (ب) ١ (ج) ١٦ (د) ٤

(٦) إذا كان جذرا المعادلة : $٤ س^٢ - ١٢ س + ج = ٠$ حقيقين متساويان

فإن : $ج =$

- (أ) ٣ (ب) ١٤٤ (ج) ١٦ (د) ٩

(٧) مرافق العدد (ت - ت^٢) =

- (أ) $١ - ت$ (ب) $١ + ت$ (ج) $-١ - ت$ (د) $١ - ت$



(٨) إذا كان أحد جذري المعادلة : $s^2 - (2b - 18)s - 5 = 0$ معكوساً جمعياً للآخر فإن $b = \dots\dots\dots$

- (أ) -٥ (ب) ٩ (ج) -٥ (د) ٩-

(٩) إذا كان جذرا المعادلة : $s^2 + 4s + k = 0$ حقيقيين فإن : $k \exists \dots\dots\dots$

- (أ) $[-\infty, 4]$ (ب) $[-\infty, 4]$ (ج) $[-\infty, 4]$ (د) $[-\infty, 4]$

(١٠) إذا كان : $(1 + t^4)(1 - t^5) = s + t + v$ فإن : $s + v = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) -٣ (د) ١

(١١) مجموعة حل المتباينة : $s(2 - s) \leq 0$ في s هي $\dots\dots\dots$

- (أ) $\{2, 0\}$ (ب) $[2, 0]$ (ج) $[-2, 0]$ (د) $[-2, 0]$

(١٢) إذا كان أحد جذري المعادلة : $s^2 + 2s + 5 = 0$ معكوساً ضربياً للجذر الآخر فإن : $a = \dots\dots\dots$

- (أ) -٥ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ٥

(١٣) إذا كان : $1 + t$ أحد جذري المعادلة : $s^2 - 2s + 5 = 0$ حيث $j \exists$ فإن : $j = \dots\dots\dots$

- (أ) -٥ (ب) -٢ (ج) ٤ (د) ٢

(١٤) الدالة $d : (s) = s^2 + b s + j$ يكون لها إشارة واحدة في s عندما $\dots\dots\dots$

- (أ) $b^2 - 4aj > 0$ (ب) $b^2 - 4aj \geq 0$

- (ج) $b^2 - 4aj = 0$ (د) $b^2 - 4aj \leq 0$

(١٥) $(1 + t)(1 + t^2)(1 + t^3)(1 + t^4)(1 + t^5) = \dots\dots\dots$

- (أ) ٢ (ب) ١- (ج) ١ (د) صفر



اجابات اختبار (١) على الوحدة الأولى

(١) أ^٢ - ٤ ب ج > ٠

(٢) س^٢ - ٦ س + ١٠ = ٠

(٣)] ٢ ، ∞]

(٤) { ٥ ت ، - ٥ ت }

(٥) ١

(٦) ٩

(٧) ١ - ت

(٨) ٩

(٩) [- ∞ ، ٤]

(١٠) ٤

(١١)] - ٢ ، ٠ [

(١٢) ٥

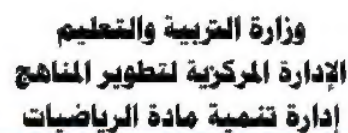
(١٣) ٢

(١٤) ب^٢ - ٤ أ ج > ٠

(١٥) صفر



LOGO.ADAM96.COM



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(ا) ۱ (ب) ۱- (ج) ۲ (د) ۳-

(٢) إذا كان : س + ص ت $\frac{٣ + ت}{ت}$ فإن : س + ص =

٢- (د) ١- (ج) ١- (ب) ٢ (أ)

(٣) إذا كان : $s = 2$ أحد جذري المعادلة : $s^2 + 2s + 2 = 0$ فإن الجذر الآخر هو

ا- (د) هـ (ج) هـ (ب) ا (أ)

(٤) إذا كان جذرا المعادلة : $أس^٢ - ٢س + ٩ = ٠$ غير حقيقيان فإن : أ تكون

$$1 = (2) \quad 2 = (1) \quad 2 > (1) \quad 2 < (1)$$

(٥) مجموع جذري المعادلة : $s(5 - s) = 6$ هو

٥ (أ) ٥- (ب) ٦ (ج) ٦- (د)

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٣ ت ، - ٣ ت هي

(أ) $s = 9 + 2$ (ب) $s = 9 - 2$ (ج) $s = 3 + 2$ (د) $s = 3 - 2$

(٧) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $س^2 - ٣س + ٧ = ٠$ ، فإن : المعادلة التي جذراها ل + م ، ل م

与 中 国 人 民 共 和 国 人 民 军 队 的 合 作

$$\text{(ج)} \quad \text{س}^2 = 21 + \text{اس} \cdot 1 - 21$$

$$s = 21 + s_1 + s_2 \quad (2) \qquad s = 21 - s_1 - s_2 \quad (ج)$$

(٨) إذا كان : $s_2 - 3 > 1$ فإن : $s_3 \exists$

$$[\neg, \infty - [(\exists)] \neg, \infty - [(\rightarrow)] \neg, \infty - [(\cup)] \neg, \infty - [(\cap)]$$



(٩) إشارة الدالة : د(س) = $2س - ٨$ تكون موجبة عندما $س \in \dots\dots\dots$

- (أ) $[-\infty, ٤]$ (ب) $[-\infty, ٤)$ (ج) $(٤, \infty]$ (د) $[-\infty, ٤)$

(١٠) مجموعة حل المتباينة : $س^2 > \text{صفر}$ هي

- (أ) \emptyset (ب) $س - \{٠\}$ (ج) $س^+$ (د) $س^-$

(١١) إذا كان : $(٢ + ت) (٣ + ت) = س + ص ت$ فإن : $س ص = \dots\dots\dots$

- (أ) ١٤ (ب) ٢٨- (ج) ٢٨ (د) ١٤-

(١٢) إذا كان : جذرا المعادلة : $٤س^2 - ١٢س + ٩ = ٠$ حقيقيان متساويان. فإن : $ك = \dots\dots\dots$

- (أ) ٩ت (ب) ٩-ت (ج) ٩ (د) ٩-

(١٣) إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $٢س^2 - ٣س - ٥ = ٠$ فإن : $(ل - م)^2 = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤٩ (ب) $\frac{٤٩}{٤}$ (ج) $\frac{٧}{٢}$ (د) ٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

(١٤) كون المعادلة التربيعية التي كل من جذريها ضعف كل من جذرى المعادلة : $س^2 - ٢س + ٩ = ٠$

(١٥) إبحث إشارة الدالة : د(س) = $س^2 - ٤$



اجابات اختبار (٢) على الوحدة الأولى

(١) - ت

(٢) - ٢

(٣) - ٤

(٤) < ٤

(٥) ٥

(٦) $٠ = ٩ + ٢س$

(٧) $٠ = ٢١ + ١٠س - ٢س$

(٨) $]-٦, \infty[$

(٩) $]٤, \infty[$

(١٠) \emptyset

(١١) ٢٨

(١٢) ٩

(١٣) $\frac{٧}{٢}$

(١٤) $٠ = ٣٦ + ٤س - ٢س$

(١٥) إشارة الدالة موجبة عندما $س \in]-٢, ٢[$

إشارة الدالة سالبة عندما $س \in]٢, ٢٨[$

د (س) = صفر عندما $س \in \{٢, -٢\}$